

Zweite Facharbeit 12.05.2013

Udo Schmidt
Arnstadt, Thüringen

These: Viele Maler des 15.Jh kannten nicht nur sich gegenseitig, sondern auch deren Mathematik.

Es war der Umbruch in der Geometrie zum Einheitskreis anstelle der Rastermethode der Antike.

Als erster Beweis soll die Mona Lisa des Leonardo da Vinci gelten.
Als zweiter Beweis soll das Selbstbildnis Dürer dienen, nach anderer Geometrie.

Beide Gemälde sind überliefert, sie waren weder Auftragswerke und sind auch nach der Entstehung nicht verkauft oder übereignet worden. Es wurde gemalt ohne eine Aussicht, sie zu Geld zu machen. Die Farben und die Leinwand und die Zeit mussten erwirtschaftet werden. So ist es auch bei mir. Die Wahrheit ist durch die Unsterblichkeit ihrer Werke in der Zukunft angekommen durch die Perfektion der Geometrie und der mystischen Wirkung der Ölgemälde und vielfach verbreiteten Stiche.

In einer Axel-Springer-Veröffentlichung aus 2013 in „Als Dürer das Licht der Welt entdeckte“ in Welt.de sind die Komplizen aufgeführt, sicherlich nicht ohne Recherche. Andrea Mantegas, Tizian, Leonardo da Vinci, Antonio Pollaiuocio, Giorgione, Carpaccio, Palma de Vecchio sind genannt, Mit Sicherheit sind es mehr, die sich um Leonardo da Vinci scharten.

Es galt die immer die einfache Wahrheit:

Eine Konstruktion oder eine Malerei ist nur perfekt, wenn sie mathematisch (geometrisch) korrekt ist. Und so war es eine Ehre für jeden Maler, der etwas leisten wollte, sich diesem Prinzip zu beugen. Die Geometrie wurde neu durch den Einheitskreis und die Abwendung von der Rastermethode fast universell und bekam schier unendliche Freiräume.

Doch es gibt auch glückliche Umstände. Es wurden Holzschnitte und Kupferstiche erfunden. So konnte man mehrere Abzüge derselben Konstruktion fertigen und an seine Mitstreiter identisch per Post übermitteln. Diese sollten dann die geometrischen Geheimnisse entschlüsseln. Ein Problem war die Papierherstellung, wobei durch unterschiedliche Lagerung der Stiche auch geringe Abweichungen in der Geometrie auf dem Papier entstehen konnten nach nun 500 Jahren.

Und das damals entstandene Postwesen beflügelte den wissenschaftlichen Fortschritt ohne dass die Inquisition diese Beziehungen weder verwerten noch verhindern konnte. Der Kopf der Künstlervereinigung, wahrscheinlich Leonardo da Vinci musste dennoch nach Paris fliehen. Doch damit war nicht alles vorbei. Die Gemeinde der Maler bestand noch.

Man konstruierte weiter, obwohl neue Ideen langsam ausgingen. Das System der Findung von neuem Pentagrammen und Goldenen Schnitten im Einheitskreis waagrecht und senkrecht war auch irgendwann erschöpft.

Da erlag das System und Maler malten nichts neues, sondern modern, ohne Mathematik. Ich glaube nicht an eine Geometrie in „El Grito“ oder sonstigen Malereien der Moderne.

Doch in der Zeit von LdV und Dürer galt noch die Mathematik/Geometrie noch etwas. Die folgenden Maltechniken sind nicht von mir erfunden, es sind die der Meister.

Zur Mona Lisa: Der Louvre teilte mir mit, dass keine Linie auf Radio-Analysen erkennbar ist (wenn es stimmt). Es hätte nach einem Rötelfarbmittel gesucht werden müssen. Wie die Künstler wie Dürer zeichneten nach Konstruktionen, die im Fertigwerk nicht mehr zu finden sind, ist mir ein Rätsel, zumal der Radiergummi noch nicht erfunden war.

Bei Dürer hab ich erst gar nicht nachgefragt, denn die bildnerischen Beweise sind so erdrückend, da eine Nachfrage bei Spezialisten an Ignoranz scheiterte. Weitere Bilder beweisen die Konstruktion im Dürer'schen, als auch im LdV's Rechensystems, einmal direkt mit Wurzel(5) bei LdV und einmal im Reziprok $1/\sqrt{5}$ bei Dürer.

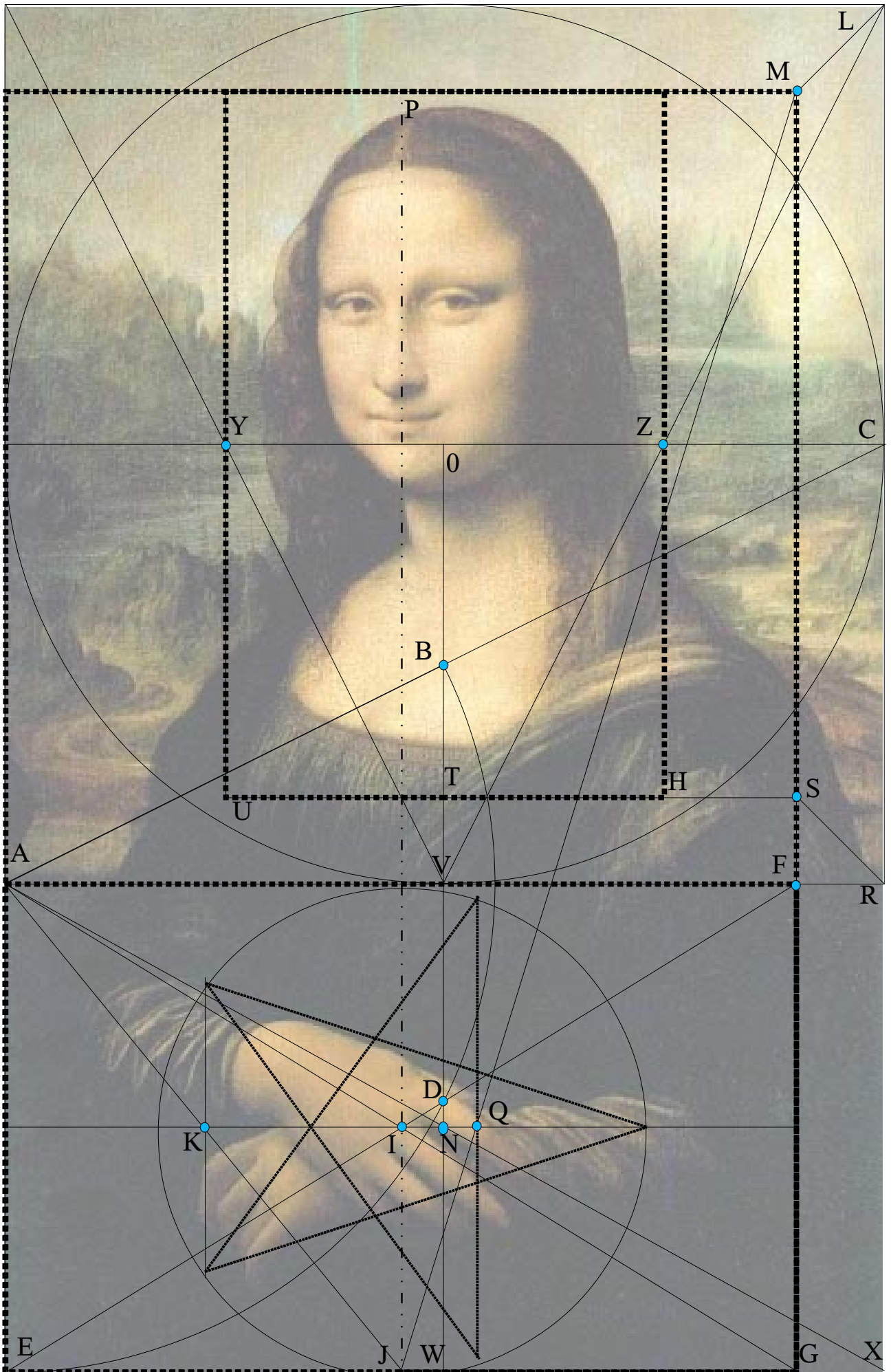
So verhielten sich auch die Nachfolger von Dürer und LdV, die einen konstruierten so, die anderen so. Man muss immer beide Variationen prüfen, um das Gemeinte zu erkennen.

In diese Facharbeit stelle ich ein:

1. Mona Lisa

Die Grundlage ist die Gerade ABC, die zur Wurzel(5) führt. Später sind viele Variationen möglich, man kann mühelos über das Antlitz mehrere Pentagramme schmieren, das hab ich anfangs auch gemacht, es muss aber nicht sein. Die Breite des 2. Goldenen Schnittes lädt geradezu ein. Geneigte Konstrukteure mögen auch es als der 3.GS erkennen.

Es gelten Grundprinzipien: Ein Antlitz wird nie durch ein Pentagramm überschmiert, sondern durch den Goldenen Schnitt gerahmt. Bei den Händen zählen der Fingergelenke, nicht die Fingerspitzen. Nach dem 1. GS senkrecht links unten folgt der liegende untere GS und erweitert sich durch das Quadrat nach oben zum 3.GS. Zwischenzeitlich wurden durch die GS- Diagonalen noch etliche GS möglich (Fibonacci).



Goldene Schnitte in der Mona Lisa oder La Gioconda des Meisters Leonardo da Vinci

1. Goldener Schnitt

Es passiert zwischen A und C.

Das Dreieck ACR liefert den Pythagoras im Einheitskreis $a=2$, $b=1$; $c^2 = a^2 + b^2$.

$c = \text{Wurzel}(5)$.

$AB = \text{Wurzel}(5)/2$. Die waagerechte Gerade von B nach links oder rechts repräsentiert bis E und X den ersten Goldenen Schnitt.

Die Höhe ist $\frac{1}{2} + \text{Wurzel}(5)/2$, nachdem B mit $\text{Wurzel}(5)/2$ auf die Grundlinie übertragen wurde. Die Breite beträgt 1.

Der Anstieg m der Gleichung EB beträgt $dy/dx = (\frac{1}{2} + \text{Wurzel}(5)/2) / 1 = (\text{Wurzel}(5)+1)/2$.

Alle Rechtecke entlang der Geraden EBM mit diesem Anstieg sind nach Leonardo da Vinci, seine ihn lehrende Mönche und dem Fibonacci (um 1200) Goldene Schnitte.

2. Goldener Schnitt

Ob am unteren Kreis, an der Unterseite des Großkreises, am Punkt B oder neben Z links am waagerechten Durchmesser oder sonst wo: Überall sind Goldene Schnitte nach demselben Muster.

3. Goldener Schnitt

Die Höhe des unter dem Einheitskreis liegenden Pentagramms beträgt von A bis E $\text{Wurzel}(5)/2$. Da B um A geschlagen wurde, ist $BV = VD = \frac{1}{2}$. Der Anstieg der Geraden ED beträgt exakt $\text{Wurzel}(5)/2 - 1/2$, also $(\text{Wurzel}(5)-1)/2$, dem Reziprok von Fibonacci. So entsteht ein liegender Goldener Schnitt, der dann zu F verlängert werden darf.

4. Goldener Schnitt

Auch hier sorgt der Punkt I als Mittelpunkt für 4 kleinere Goldenen Schnitte und alles nicht gezeichnete entlang der Diagonalen.

5. Goldener Schnitt

Man setzt einfach auf den unten liegenden Goldenen Schnitt ein Quadrat nach oben auf. So entsteht der große Goldene Schnitt, dessen Mittellinie das Antlitz der ML neu perfekt teilt. Stellt man einen Spiegel auf die neue Mittellinie so sieht man links eine skeptische ML und rechts eine lächelnde ML. LdV hat 2 Stimmungen in einem mathematischen Gemälde vereint, einfach meisterlich und mystisch.

6. Goldener Schnitt

Man kann sehr einfach über das Antlitz oben ein Pentagramm schmieren, da die Geraden FM und NM den 18 und 36 Grad- Winkel im Großkreis provozieren. Ich habe den Sinn nicht darin gefunden Pentagramme zu zeichnen, sondern im Punkt V. Durch den Punkt V entsteht von Y nach Z der Wert 1. Er besinnt sich auf den Anbeginn der Betrachtung, den Einheitskreis. Die Höhe dieses „letzten“ Goldenen Schnittes berechnet sich wie folgt: $OT=TS$; $2 * OT = \text{Höhe MS}$, $AV = 1$

Die Breite $NM = AF = EG$; $AE = \text{Wurzel}(5)/2$; $EG = AE / (\text{Wurzel}(5)-1)/2$. Vgl. 3.

Eingesetzt: $EG = \text{Wurzel}(5)/2 / (\text{Wurzel}(5)-1)/2 = \text{Wurzel}(5) / (\text{Wurzel}(5)-1)$;

Erweitern mit $(\text{Wurzel}(5)+1)$:

$EG = (\text{Wurzel}(5)+1) * \text{Wurzel}(5) / (\text{Wurzel}(5)-1) * (\text{Wurzel}(5)+1) = (5 + \text{Wurzel}(5))/4$;

$TS = EG - 1 = (5 + \text{Wurzel}(5))/4 - 4/4 = (1 + \text{Wurzel}(5))/4$; $MS = (\text{Wurzel}(5)+1)/2$. q.e.d.

7. Pentagramm

Der untere Kreis hat den Radius $IJ = \sqrt{5}/4$. Die Strecke IK beträgt $IK = EG/4$.

$$IK = (5 + \sqrt{5})/16 ;$$

$$IK / IJ = (5 + \sqrt{5})/16 / \sqrt{5}/4 = (5 + \sqrt{5})/4 * \sqrt{5} ;$$

Erweitern mit $\sqrt{5}$:

$$IK / IJ = (5 * \sqrt{5} + 5)/(4 * 5) = (\sqrt{5} + 1)/4 ; \text{ Es ist dasselbe Verh\u00e4ltnis wie bei TS.}$$

Es entspricht dem Sinus von 54 Grad. Die Erg\u00e4nzung zu 90 Grad sind 36 Grad, bezogen zum Kreismittelpunkt. Nach Thales hat das gleichschenklige Dreieck ab K nach rechts jeweils nach oben und unten 18 Grad.

Die folgenden Formeln sind keine N\u00e4herungswerte. Wu steht f\u00fcr Wurzel.

Grad	18	36	54	72
Sin	$(\sqrt{5}-1)/4$	$\sqrt{5}((5-\sqrt{5}))/8$	$(\sqrt{5}+1)/4$	$\sqrt{5}((5+\sqrt{5}))/8$
Cos	$\sin(72)$	$\sin(54)$	$\sin(36)$	$\sin(18)$
Tan	$\frac{\sqrt{5}((1-2/\sqrt{5}))}{\sqrt{5}+2*\sqrt{5}}$	$\sqrt{5}(5-2*\sqrt{5})$		$\sqrt{5}((1+2/\sqrt{5}))$
Cot = tan	$\tan(72)$	$\tan(54)$	$\tan(36)$	$\tan(18)$

Dies sind die Formeln, mit denen Pentagramme berechnet wurden.

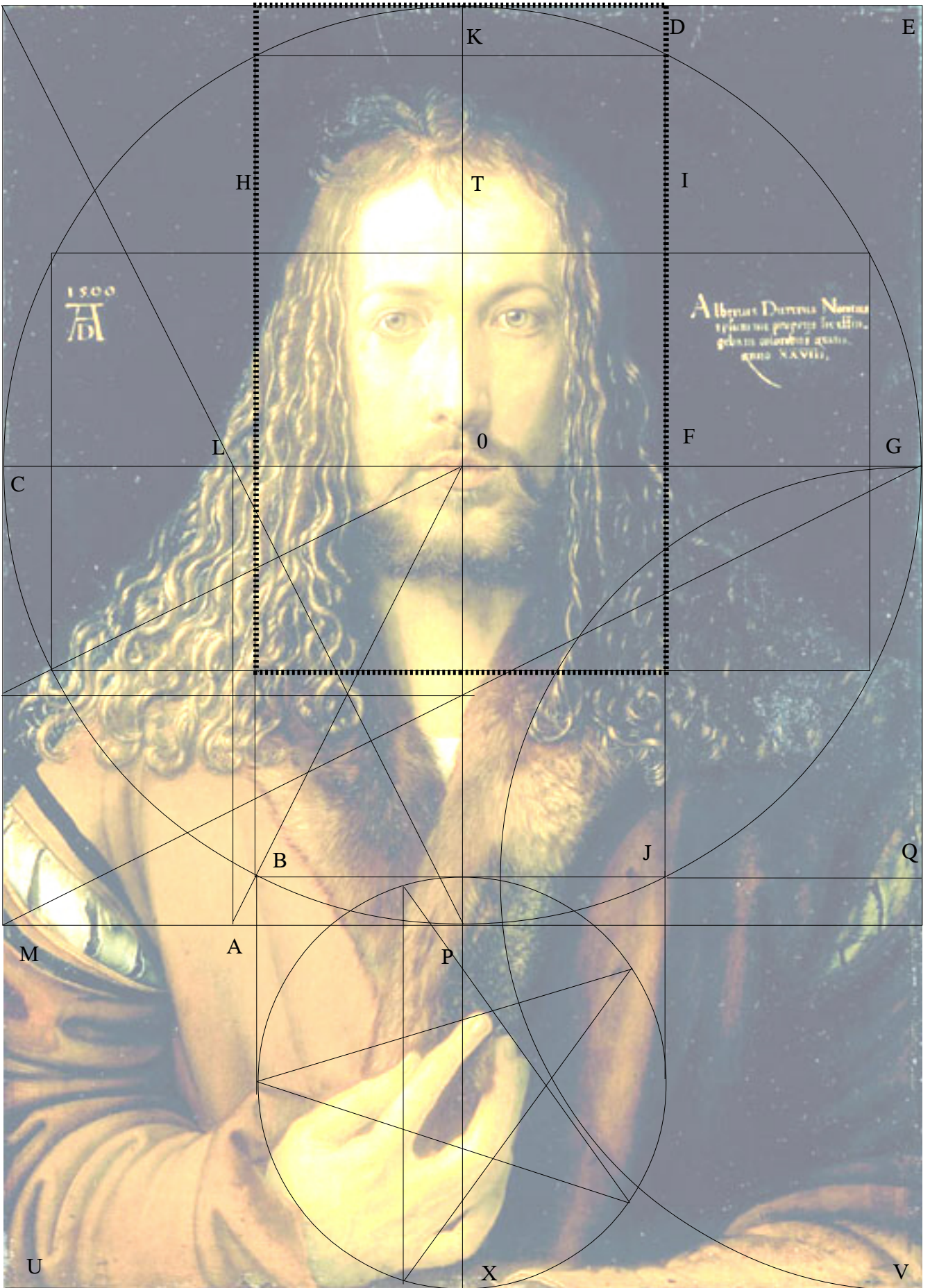
Arnstadt, 11.10.2011

Udo Schmidt, Th\u00fcringen

2. Dürers Selbstbildnis

Bei Dürer hab ich viele Pentagramme und GS nicht versucht, es geht auch nicht wirklich leicht, aber das Portrait entsteht leichter als bei der ML, das Pentagramm ist jedoch wieder geometrisch korrekt.

Es fiel mir nach ML von LdV sehr schwer, in die andere Option des Reziproken zu wechseln und demzufolge auch das Pentagramm zu finden, dennoch gab es ein verblüffend realistisches Ergebnis.



Zum Vergleich (Datei eingefügt)

In beiden Gemälden wurde dasselbe dargestellt, oben ein Passbild im Goldenen Schnitt und darunter ein Pentagramm mit der Spitze nach rechts oder links. Beides ist geometrisch korrekt. Dennoch ist die Methode des LdV plausibler und einfacher. Dürer schien als Trotzkopf eine Gegenmethode als Studierter entwickeln zu müssen. Er hat sie gefunden, dennoch unpraktisch, sonst hätte man bereits die Melancholia I gesehen wie ich sie sehe.

Direktvergleich Dürers Selbstbildnis mit da Vinci Mona Lisa
Beide Bilder sind ähnlich, oben Passbild, unten Pentagramm.
Dürer: So male ich mit meinen Farben. (malen=konstruieren)

1. Oben Einheitskreis mit Geraden $y=2x$ in allen Quadranten und Richtungen.

Mit dem Schnittpunkt mit dem Kreis:

$y=Wu(1-x^2) = 2x$; $1-x^2 = 4x^2$; $1 = 5x^2$; $Wu(1/5) = x$ entsteht ein Raster mit $1/Wu(5)$.

Gerade OBA, Schnittpunkt bei B

2. Der Rest zum Einheitskreis beträgt auf allen Abszissen und Ordinaten $1 - 1/Wu(5)$.

Gerade GF,

3. Die Breite des Passbildes beträgt $2/Wu(5)$.

Breite HI = Breite BJ

4. Die Höhe des Passbildes beträgt $2/Wu(5) + 1 - 1/Wu(5) = 1/Wu(5) + 1 = (Wu(5) + 1)/Wu(5)$

DIF

Höhe zu Breite macht $(Wu(5) + 1)/Wu(5) : 2/Wu(5) = (Wu(5) + 1)/2$, das ist der GS.

Fibonacci

Pentagramm: DQ- Radius = $2/Wu(5)$ = Kreisradius = Abstand BJ.

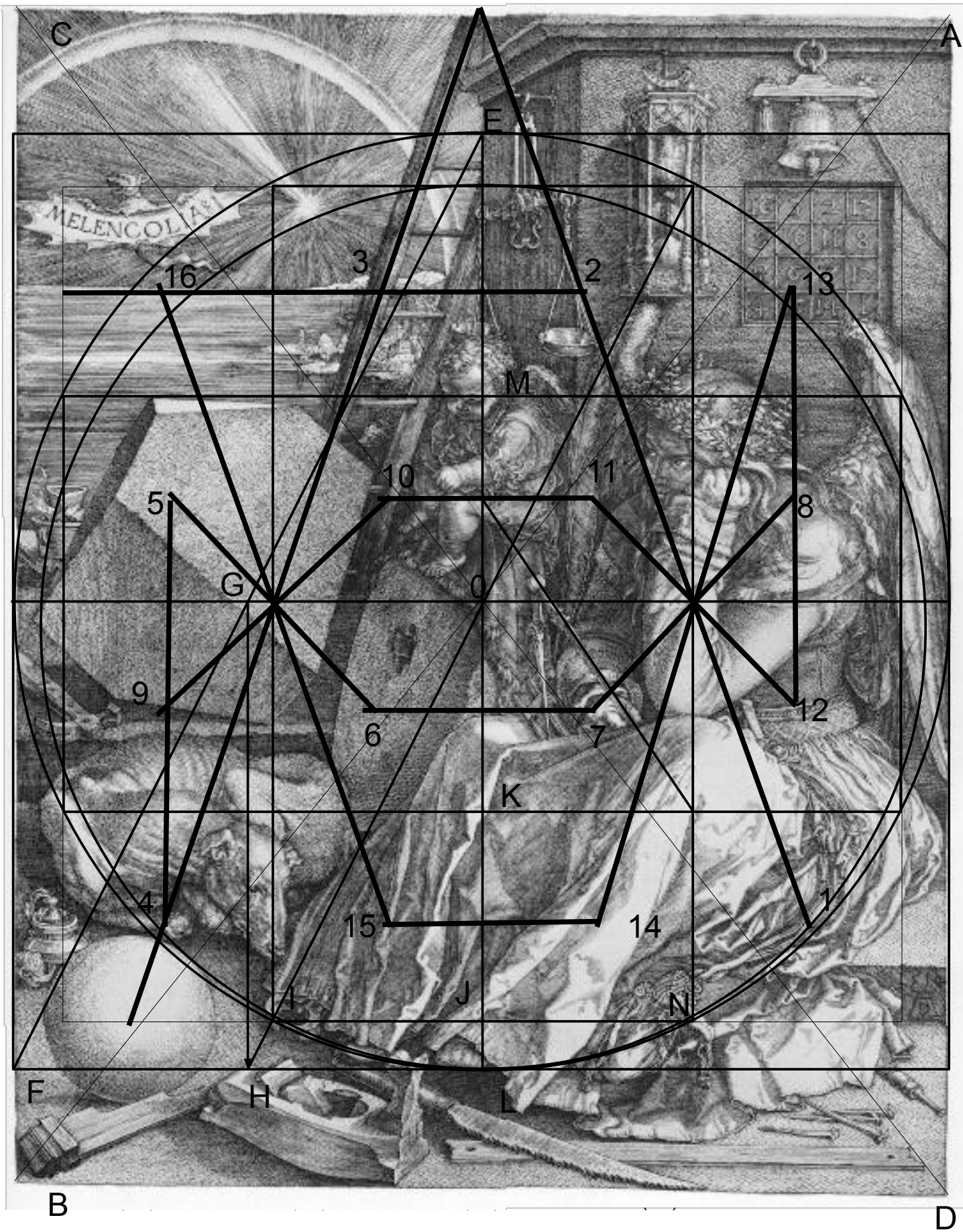
Die Berechnung des Pentagrammes erfolgt analog Da Vinci über den Maßstab. Der Radius des Umkreises beträgt $1/Wu(5)$.

Udo Schmidt, Arnstadt, Thüringen. 06.12.12

3. Ein besonderes Kapitel: Dürers Melancholia I

Hier ist ein besonderes Merkmal, ich glaube, etwas Besonderes entdeckt zu haben, die Himmelsleiter. Sie entsteht jeweils in der Mitte der der Quadrate.

Wer dies verstehen will, muss unbedingt Pico della Mirandola: „Über die Würde des Menschen“ studieren. 5€ bei Amazon, die sich lohnen. Überträgt man das Magische Quadrat auf den Einheitskreis, so entsteht die Himmelsleiter bei den Zahlen 3-4. Die Summe jeder Zeile des Magischen Quadrates beträgt ebenfalls 34. Ist dies wirklich ein Zufall oder beabsichtigt? Die 23 oben erkannte ich wieder im beschnittenen Stein, der nur noch 23/24 seines Volumens behielt.



Was hab ich hier gefunden:

Nach dem Studium von Ernst Theodor Dr. Mayer und Pico della Mirandola (5€ bei amazon) erkannte ich die Bedeutung der himmlischen Anschauung des 15.Jh. Der Engel steigt herab und muss sich als Kind entscheiden zur Kreatur oder zum Engel. Die Creatur führt zum Wesen oder zum Engel, der nicht mehr aufsteigen kann, wenn er beschmutzt ist. Unser Engel hat sich durch Arbeit beschmutzt, er/sie hat den Quader bearbeitet zum Volumen $23/24$, nun kann er nicht mehr aufsteigen. (Analogie zur geheiligten Mutter Dürers). Die Halbierung einer jeden Quaderseite nach Vorlage ergibt $23/24$. Andere Berichte im Internet mit schieferm Quader sind spekulativ. So kommt man zum Meeresspiegel bei 23, während die 34 die Himmelsleiter zeigt. Man muss hier die Mitte Quadrate anzeigen, wie im Ursprungsquadrat. Auf diese kommt man in der Tat nur durch die $1/\sqrt{5}$ -Teilung des Einheitskreises, der Deutung des magischen Quadrates als Großversion. Natürlich hat Dürer weitere Geheimnisse in Melancholia1 verpackt, aber es muss ja noch was übrig bleiben für andere Forscher. Aber meine Interpretation kann man ab sofort nicht mehr ignorieren. Interessant wird auch der Mittelpunkt der Kugel links unten. Es bleibt noch viel zu tun.

Bei Berechnungen hüte man sich bitte vor dem Taschenrechner. Im 15.JH rechnete man in Brüchen und vermied damit Rechenabweichungen. Die Dezimalrechnung gab es nur im Handel, nicht in der Geometrie.

Man kann mit $(\sqrt{5}+1)/4$ nur weiter rechnen, wenn man diese Formel erkennt. Kürzen und Erweitern in der Bruchrechnung geht nicht mit Dezimalzahlen.

Wie schon in meiner ersten Facharbeit galt für $\pi/4 = 4/14+46/147+24/130$. Hätte ich in Dezimalzahlen gerechnet, wäre die Konstruktion mit Abweichung $3,3 \cdot 10^{-10}$ nicht möglich gewesen. Deshalb gilt auch hier: die Geometrie beruht auf gebrochenen Zahlen. Kürzen, Erweitern, Multiplizieren und Dividieren durch mit dem Reziprok multiplizieren. Steht im Nenner $(\sqrt{5}+1)$ so erweitere ich mit Nenner und Zähler mit $(\sqrt{5}-1)$ und entsteht nach Pythagoras $(a+1)(a-1) = a^2 - b^2$ in unseren Fall also 4 unten und oben als Faktor $(\sqrt{5}-1)$. Meine Kollegen dürfen sich über diese Belehrung nicht beleidigt fühlen müssen. Diese Facharbeit soll alle erreichen. Das ist genauso wie bei der Wurzelbildung nach Thales in der Geometrie. Es ist kein Versagen, sondern nur ein Vergessen angesichts Adam Riese nur noch dezimal zu rechnen und unserem Schulsystem, welches nach festem Lehrplan die Historie in der Kunst nicht vorgesehen hat. Auch deswegen wird jede Konstruktion des 15.JH gelehrt. Unwissenheit und Hilflosigkeit bei Historikern ohne Mathematikbewußtsein behindern die neue Aufklärung.

Die Anfragen: Woher hast Du das, Wo sind die Quellen? Die Quellen sind doch vorhanden! Bei den Meistern selbst! Aber nicht bei der Inquisition oder späteren Kulturhistorikern. Ein namhafter Professor verbot mir, den Text des LdV-Vitruvius-man zu übersetzen, der Text sei ein Kunstwerk und heilig. Facharbeit1 wäre nie entstanden oder ich heute totgeschwiegen. Wikipedia lehnte eine Beschäftigung mit diesem Thema einfach ab wie auch Louvre und die Geografische Gesellschaft. Sicherlich hätte ich noch bei der journalistischen Aufbereitung einiger Hilfe bedurft. Ein Angebot kam jedoch nicht. Wen dies interessiert, suche nach Facharbeit1 in scmar.de.

In dieser Facharbeit ist alles einfacher, weil es sich nur noch um die Pentagramme und Goldene Schnitte handelt, wo keine Näherungslösungen, sondern perfekte Lösungen gezeigt werden. die Geometrie ist dieselbe im Mittelalter, allerdings diesmal ohne den Strahlensatz.

Quellenangaben: Meisterwerke selbst

Dr. Ernst Theodor Mayer, Melancholia1-der 'Angelo terrestre', München 2009

Pico della Mirandola, reclam, 1997, ISBN978-3-15-009658-5

Udo Schmidt

Arnstadt 17.05.13